

CM042: Cálculo 2 (Prova 3)

Prof. Alberto Ramos

Novembro de 2018

Nome: _____

Q:	1	2	3	4	5	Total
P:	25	25	25	25	25	100
N:						

Orientações gerais

(Escolha só 4 questões)

- 1) As soluções devem conter o desenvolvimento e ou justificativa.
- 2) A interpretação das questões é parte importante do processo de avaliação. Organização e capricho também serão avaliados.
- 3) Não é permitido a consulta nem a comunicação entre alunos.

Questão 1 25

Calcule o fluxo do campo vetorial $\mathbf{F}(x, y, z) = z^2y\mathbf{i} + zx^3\mathbf{j} + xy\mathbf{k}$ sobre a esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 9$.

Questão 2 25

Calcule $\oint_C (3y - e^{\tan x})dx + (7 + \sqrt{\sin y + 2})dy$, onde C é o círculo $x^2 + y^2 = 3^2$.

Questão 3 25

Prove as identidades:

(a) 15 $\operatorname{div}(f\mathbf{F}) = f\operatorname{div}\mathbf{F} + \mathbf{F} \circ \nabla f$;

(b) 10 $\operatorname{rot}(f\mathbf{F}) = f\operatorname{rot}\mathbf{F} + \nabla f \times \mathbf{F}$.

Questão 4 25

Considere o campo vetorial $\mathbf{F}(x, y, z) = z^3y^2\mathbf{i} + 2xyz^3\mathbf{j} + 3xy^2z^2\mathbf{k}$

(a) 10 Mostre que $\mathbf{F}(x, y, z)$ é um campo conservativo;

(b) 15 Considere as curvas C_1 e C_2 definidas como:

$$C_1 : t\mathbf{i} + t\mathbf{j} + t\mathbf{k}, \quad t \in [0, 1]$$

e

$$C_2 : (1 - s)^3\mathbf{i} + \cos\left(\frac{\pi s}{2}\right)\mathbf{j} + (1 - s^2)\mathbf{k}, \quad s \in [0, 1].$$

Se $\int_{C_1} \mathbf{F} \circ d\mathbf{r} = 1$. Calcule $\int_{C_2} \mathbf{F} \circ d\mathbf{r}$.

Questão 5 25

Usando o teorema de Green, encontre o trabalho que realiza a força

$$\mathbf{F}(x, y) = (2x \cos(xy) - x^2y \sin xy - y)\mathbf{i} + -x^3 \sin(xy)\mathbf{j}$$

para trasladar uma partícula do origem $(0, 0)$ até o ponto $(\pi, 0)$, através da curva C definida como

$$C : (t)\mathbf{i} + (1 - |\cos(t)|)\mathbf{j}, \quad t \in [0, \pi].$$